



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ:  
проректор по научной работе

Волокитин О.Г.

20 \_\_\_ г.



**ПРОГРАММА**  
вступительного испытания по специальной дисциплине для поступающих  
на программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в  
аспирантуре по группе научных специальностей 1.1 «Математика и механика»

**Научная специальность 1.1.8 «Механика деформируемого тела»**

Томск 2025

Программа вступительного испытания предназначена для поступающих на программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по группе научных специальностей 1.1 «Математика и механика» на научную специальность 1.1.8 «Механика деформируемого тела»

Составитель: д-р физ.-мат. наук, профессор  
кафедры высшей математики

Белов

Белов Н.Н.

Руководитель  
ООП: д-р физ.-мат. наук, профессор  
кафедры высшей математики

Белов

Белов Н.Н.

## ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1 Целью вступительного испытания является определение уровня подготовки поступающих и оценки их способности для дальнейшего обучения по программе подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре в соответствии с установленными федеральными государственными требованиями к структуре программ аспирантуры, условиям их реализации, срокам освоения этих программ, с учетом различных образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов.

1.2 Организация и проведение вступительного испытания осуществляется в соответствии с Правилами приема, действующими на текущий год поступления.

1.3 Вступительное испытание проводится на русском языке.

1.4 Вступительное испытание по специальной дисциплине проводится как в устной, так и в письменной форме, с сочетанием указанных форм или в иных формах (в форме собеседования), в соответствии с перечнем тем и вопросов, установленных данной Программой.

1.5 В ходе экзамена могут задаваться вопросы, связанные с избранной или предполагаемой темой диссертационного исследования. Подготовка к ответу составляет не более одного академического часа (60 минут).

1.6 Максимальное количество баллов, полученных за ответы на экзамене, составляет 5 баллов. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания составляет 3 балла.

1.7 Критерии оценивания ответов поступающего:

Критерий оценивания	Начисляемый балл
Получен полный ответ. Поступающий свободно владеет терминологией и понятийным аппаратом области знаний; продемонстрировано знание вопроса и самостоятельность мышления; сформированы навыки анализа действующей теоретической и методологической базы, а также умения применять их на практике.	5
Получен ответ с погрешностями и недочетами. Поступающий владеет основным материалом с рядом заметных замечаний; владеет терминологией и понятийным аппаратом.	4
Получен неполный ответ. Поступающий владеет минимальным необходимым материалом с рядом замечаний; ответы неконкретные, слабо аргументированные; владеет минимально необходимой терминологией; сформированы минимально необходимые навыки.	3
Получен неправильный ответ. Поступающий владеет теоретическим материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка; неверные формулировки; поступающий не владеет терминологией.	2
Ответ не получен, отсутствие понимания заданного вопроса; поступающий отказался от устной части вступительного испытания.	1

1.8 Результаты проведения вступительного испытания оформляются протоколом, в котором фиксируются вопросы. На каждого поступающего ведется отдельный протокол.

1.9 Вступительное испытание проводится экзаменационной комиссией, действующей на основании приказа ректора.

1.10 Итоговая оценка за экзамен определяется как средний балл, выставленный всеми присутствующими членами экзаменационной комиссии.

## **ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ И РАЗДЕЛОВ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

### **Раздел 1. Механика и термодинамика сплошных сред**

- 1.1. Понятие сплошной среды. Кинематика сплошной среды в переменных Эйлера и Лагранжа. Переход от координат Эйлера к координатам Лагранжа и обратно.
- 1.2. Деформация сплошной среды. Тензоры деформации Коши-Грина и Альманси, геометрический смысл компонент этих тензоров. Малые деформации и малые вращения среды. Условия совместности деформаций, формулы Чезаро.
- 1.3. Типы сил в механике сплошной среды: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Теория напряженного состояния, тензоры напряжений Коши и Пиолы Кирхгофа. Геометрическая интерпретация напряженного состояния: круги Мора. Простейшие виды напряженных состояний.
- 1.4. Интегральная и дифференциальная форма законов сохранения массы, импульса, момента импульса и энергии.
- 1.5. Термодинамика сплошной среды. Работа, количество тепла, внутренняя энергия, температура и энтропия термодинамической системы. Первый и второй законы термодинамики.

### **Радел 2 Теория упругости**

- 2.1. Упругая деформация твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Закон Гука для изотропного и анизотропного твердого тела. Тензор упругих модулей. Упругие модули изотропного тела, их механический смысл.
- 2.2. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла в напряжениях. Постановка краевых задач математической теории упругости. Теорема существования и единственности решения. Принцип Сен-Венана.
- 2.3. Общие теоремы теории упругости и вариационные принципы. Теорема Клапейрона. Теорема Бетти. Теорема о минимуме потенциальной энергии деформаций (вариационный принцип Лагранжа). Теорема о минимуме дополнительной энергии (вариационный принцип Кастильяно).
- 2.4. Методы решения пространственных задач эластостатики. Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор фундаментальных решений Грина. Задача Буссинеска.
- 2.5. Двумерные задачи эластостатики. Плоская деформация. Обобщенное плоское напряженное состояние. Функции напряжений Эри, краевая задача для функции напряжений. Метод комплексных потенциалов Колосова-Мусхелишвили. Примеры решений.
- 2.6. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Деформация срединной поверхности. Внутренние усилия и моменты. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Безмоментная теория.
- 2.7. Температурные задачи теории упругости. Закон Диомеля-Неймана. Система основных уравнений термоупругости. Методы решения задач термоупругости.
- 2.8. Динамические задачи теории упругости. Уравнения движения в форме Ламе. Типы упругих волн в неограниченной изотропной среде. Плоские гармонические волны. Коэффициенты отражения и прохождения. Поверхностные волны Рэлея. Волны Лява. Волны в упругом стержне. Собственные частоты упругих тел. Формула Рэлея.

### **Раздел 3 Теория пластичности**

- 3.1. Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Остаточные деформации. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластичности. Дислокации. Локализация пластических деформаций. Линии Людерса-Чернова.

3.2. Модели идеального упругопластического и жесткопластического тела. Критерий текучести и поверхность текучести в пространстве напряжений. Критерий Треска, критерий Мизеса. Геометрическая интерпретация условий текучести в пространстве главных напряжений.

3.3. Модели упрочняющегося упругопластического и жесткопластического тела. Параметр упрочнения и поверхность нагружения.

3.4. Теория пластического течения. Принцип Мизеса, постулат Друккера. Ассоциированный закон течения. Краевые задачи теории течения.

3.5. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Верхние и нижние оценки. Примеры.

3.6. Кручение призматического тела за пределом упругости. Предельное состояние при кручении. Поверхность напряжений как поверхность естественного ската. Аналогия Прандтля Надаи.

3.7. Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей. Характеристики. Свойства линий скольжения. Задача Прандтля о вдавливании штампа.

3.8. Деформационная теория пластичности Генки-Ильюшина. Метод упругих решений. Задача о толстостенной трубе под действием внутреннего давления.

3.9. Упругопластические волны в стержне. Ударное нагружение. Волна разгрузки. Остаточные деформации.

#### **Раздел 4 Теория вязкоупругости и ползучести.**

4.1. Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Кельвина Фойхта. Время релаксации.

4.2. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации.

4.3. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерра, применение интегрального преобразования Лапласа.

4.4. Теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения.

#### **Раздел 5 Механика разрушения**

5.1. Понятие о разрушении и прочности тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Критерии разрушения. Критерии длительной и усталостной прочности. Коэффициент запаса.

5.2. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Энергетический подход Гриффитса. Силовой подход в механике разрушения. Эквивалентность подходов в случае хрупкого разрушения. Формула Ирвина.

5.3. Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Коэффициенты интенсивности напряжений, методы их вычисления и оценки.

5.4. J-интеграл Эшлби-Черепанова-Райса и его инвариантность. Вычисление потока энергии в вершину трещины. 5.5. Локализованное пластическое течение у вершины трещины. Модель трещины Леонова. Панасюка-Дагдейла с узкой зоной локализации пластических деформаций.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ

### Основная литература:

1. Астафьев В. И., Радаев Ю. Н., Степанова Л. В. Нелинейная механика разрушения. Самара: Изд-во «Самарский университет», 2001
2. Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998
3. Годунов С. К., Рябенький В. С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977
4. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978
5. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976
6. Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Тарлаковский Д. В. Теория упругости и пластичности. М.: Физматлит, 2002
7. Ивлев Д. Д. Механика пластических сред: Т. 1 Теория идеальной пластичности. М.: Физматлит, 2001
8. Ивлев Д.Д. Механика пластических сред: Т.2 Общие вопросы. Жесткопластическое и упругопластическое состояние тел. Упрочнение. Деформационные теории. Сложные среды. М.: Физматлит, 2002
9. Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. М.:Физматлит, 2001
10. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974
11. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975
12. Парсон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластического разрушения. М.:Наука, 1985
13. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979
14. Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения. М.: Наука, 1987
15. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. М.: Наука, 1997

### Дополнительная литература:

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости. Учебник для университетов. Изд. 3-е, доп. М.:Высшая школа, 1974
2. Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 1982
3. Бураго Н. Г. Вычислительная механика. М.: Изд-во МГТУ им Н. Э. Баумана, 2007
4. Годунов С. К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979
5. Горшков А. Г., Медведский А. Л., Рабинский Л. Н., Тарлаковский Д. В. Волны в сплошных средах. М.: Физматлит, 2004
6. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989
7. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990
8. Клюшников В. Д. Математическая теория пластичности. М.: Изд-во МГУ, 1979
9. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974
10. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001
11. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980
12. Мосолов П. П., Мясников В. П. Механика жесткопластических сред. М.: Наука, 1981